

1.Безрук А.Ю. Использование аппаратов сухой фильтрации для очистки газовых выбросов системы водоотведения г.Харькова // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. Вып. 36. – К.: Техніка, 2002. – С. 242-244.

2.А.с. 1500925 МКИ G01N25/22. Способ определения концентрации кислорода в газовой смеси / В.И.Голинько, М.Н. Дудник (СССР) №417119201-25. Заявлено 26.11.86. Опубл. 15.08.89. Бюл.№ 30 // Открытия. Изобретения. – 1989. – № 30.

Получено 23.09.2003

УДК 697.1

Л.Ф.ЧЕРНЫХ, канд. техн. наук

Украинский зональный научно-исследовательский и проектный институт по гражданскому строительству (КиевЗНИИЭП), г.Киев

РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА ВНУТРЕННЕГО ВОЗДУХА ПОМЕЩЕНИЯ С НАПОЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ КАБЕЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ ОТОПЛЕНИЯ ТЕПЛОАККУМУЛЯЦИОННОГО ДЕЙСТВИЯ

Приведен численный метод решения уравнения теплового баланса внутреннего воздуха помещения, отапливаемого напольной электрической кабельной системой ночью, когда электрическая энергия дешевая. Днем помещение нагревается за счет аккумулированной теплоты полом и всем помещением.

Напольное электрическое отопление зданий в последние 10-15 лет получило широкое применение во всем мире, в том числе в Украине. Оно энергоэффективное, простое и удобное в эксплуатации, а комфорт, который им создается, намного выше, чем при традиционном радиаторном отоплении.

В [1] решена задача расчета теплового режима помещения с напольной электрической кабельной системой отопления теплоаккумуляционного действия (ЭКСО-ТА). Если топить ночью, когда электроэнергия дешевле дневной в 3-4 раза, то аккумулированная теплота полом и всем помещением служит для обогрева помещения днем, когда система отключена.

Численный метод решения уравнения внутреннего воздуха

Рассмотрим метод решения уравнения теплового баланса внутреннего воздуха помещения с такой системой отопления, полученного в работе [1]. Оно является интегро-дифференциальным уравнением вида

$$\frac{dt_{cp}(\tau)}{d\tau} = C_1(\tau)t_{cp}(\tau) + \int_0^{\tau} K(\tau - \omega) \cdot t_{cp}(\omega)d\omega + F_1(\tau) + F_2(\tau) \quad (1)$$

с разностным $(\tau - \omega)$ ядром $K(\tau - \omega)$ типа свертки

$$K(\tau - \omega) = \sum_{i=1}^7 \sum_{\gamma=1}^{\infty} \Phi_i(\tau) \cdot A_{B,K,\gamma,i}(\tau) \cdot B_{B,\gamma,i}^2(\tau) \cdot e^{-R_{\gamma,i}(\tau-\omega)}. \quad (2)$$

Здесь и дальше введены обозначения функций и интегралов согласно [1].

Первым шагом решения интегро-дифференциального уравнения (1) является проведение дифференциальных преобразований. При этом дифференциальный оператор представляем в конечных разностях.

Вторым шагом решения уравнения (1) является представление его ядра (2). Из анализа вида этого ядра следует, что оно является разностным $(\tau - \omega)$, типа свертки. Это приводит к тому, что при $\omega = \tau$ оно обращается в бесконечность. Для устранения этой особенности используем численный метод замены интегралов конечными суммами с применением квадратурных формул Ньютона – Котесса [2] с весовой функцией $\rho(\tau) = \exp(R_{\gamma,i} \cdot \tau)$:

$$\int_a^B \rho(\omega) t_{cp}(\omega) d\omega = \sum_{k=0}^n A_k t_{cp}(a + kh), \quad (3)$$

$$\text{где } A_k = (B - a) \frac{(-1)^{n-k}}{n \cdot k!(n-k)!} \int_0^n \rho(a + ht) \frac{t(t-1)\dots(t-n)}{(t-k)} dt;$$

$h = \frac{B-a}{n}$; n – число равных разбиений отрезка времени $[a, B]$. Выбор такой весовой функции обеспечивает сходимость рядов, входящих в состав ядра.

Промежуток времени от 0 до τ разобьем на достаточно большое количество m равных малых частей $\Delta\tau$. Это позволит представить интеграл (3) как сумму m интегралов на малых промежутках времени и для вычисления коэффициентов A_k принять $n=1$. Идея состоит в следующем.

Интеграл

$$I_{t_{cp}, \gamma, i}(\tau) = \int_0^{\tau} e^{-R_{\gamma, i}(\tau-\omega)} \cdot t_{cp}(\omega) d\omega \quad (4)$$

на первом шаге от 0 до $\tau_1 = \Delta\tau$ имеет малое значение и может быть вычислен при $n=1$. На следующем шаге от τ_1 до $\tau_2 = \tau_1 + \Delta\tau$ к предыду-

щему вычисленному интегралу добавляем интеграл за следующий такой же малый промежуток времени, когда n можно принять равным 1, и т.д. постепенно добавляем интегралы на малых промежутках времени от τ_j до последующего τ_{j+1} . Поясним это детально. Заменяем верхний предел τ интеграла (4) конкретным значением момента времени τ_{j+1} и разобьем его на два интеграла на разных промежутках времени: 1) от 0 до τ_j ; 2) от τ_j до τ_{j+1} :

$$I_{t_{cp}, \gamma, i}(\tau_{j+1}) = \int_0^{\tau_j} e^{-R_{\gamma, i}(\tau_{j+1}-\omega)} \cdot t_{cp}(\omega) d\omega + \int_{\tau_j}^{\tau_{j+1}} e^{-R_{\gamma, i}(\tau_{j+1}-\omega)} \cdot t_{cp}(\omega) d\omega. \quad (5)$$

Проведем преобразование первого интеграла суммы интегралов (5) так, чтобы в показатель степени экспоненциальной функции под знаком интеграла вошел верхний предел τ_j , а не τ_{j+1} . В результате получим

$$\int_0^{\tau_j} e^{-R_{\gamma, i}(\tau_{j+1}-\omega)} \cdot t_{cp}(\omega) d\omega = e^{-R_{\gamma, i} \cdot \Delta\tau} \int_0^{\tau_j} e^{-R_{\gamma, i}(\tau_j-\omega)} \cdot t_{cp}(\omega) d\omega$$

Второй интеграл суммы интегралов (5) приведем к виду (3), тогда полный интеграл (5) будет равен сумме двух интегралов:

$$I_{t_{cp}, \gamma, i}(\tau_{j+1}) = e^{-R_{\gamma, i} \cdot \Delta\tau} \cdot I_{t_{cp}, \gamma, i}(\tau_j) + e^{-R_{\gamma, i} \cdot \tau_{j+1}} \cdot \int_{\tau_j}^{\tau_{j+1}} e^{R_{\gamma, i} \cdot \omega} \cdot t_{cp}(\omega) \cdot d\omega,$$

где первый интеграл включает весь предыдущий момент времени от 0 до τ_j , а второй интеграл – малый промежуток времени $\Delta\tau$ от τ_j до τ_{j+1} , что дает возможность вычислить его по формулам Ньютона – Котесса (3).

После соответствующих подстановок и проведения ряда преобразований получим выражение второго интеграла в виде

$$\int_{\tau_j}^{\tau_{j+1}} e^{R_{\gamma, i} \cdot \omega} \cdot t_{cp}(\omega) d\omega = e^{R_{\gamma, i} \cdot (\tau_{j+1})} [B_{0, \gamma, i} \cdot t_{cp}(\tau_j) + B_{1, \gamma, i} \cdot t_{cp}(\tau_{j+1})].$$

Весь смысл численного преобразования как раз заключается в последнем выражении интеграла (6) на малом промежутке времени по формуле Ньютона – Котесса (3). Подставляя его в общий интеграл (5), будем иметь

$$I_{t_{cp,\gamma,i}}(\tau_{j+1}) = e^{-R_{\gamma,i} \cdot \Delta\tau} \cdot I_{t_{cp,\gamma,i}}(\tau_j) + [B_{0,\gamma,i} t_{cp}(\tau_j) + B_{1,\gamma,i} \cdot t_{cp}(\tau_{j+1})]. \quad (7)$$

Полученная формула позволяет довольно просто решать сложные системы интегральных уравнений по времени, переходя от предыдущего по времени шага к последующему через малые промежутки времени.

Третьим шагом преобразования уравнения (1) является представление интегралов от радиационных температур, входящих в свободный член $F_1(\tau_{j+1})$. Аналогично интегралу от температур внутреннего воздуха (7), представим его для момента времени τ_{j+1} в виде

$$I_{t_{Ri}\gamma}(\tau_{j+1}) = e^{-R_{\gamma,i} \cdot \Delta\tau} \cdot I_{t_{Ri}\gamma}(\tau_j) + [B_{0,\gamma,i} \cdot t_{Ri}(\tau_j) + B_{1,\gamma,i} t_{Ri}(\tau_{j+1})]. \quad (8)$$

Так как радиационные температуры помещения в текущий момент времени τ_{j+1} определяются через температуры внутренних поверхностей всех шести ограждений помещения и седьмого окна формулой [3]

$$t_{Ri}(\tau_{j+1}) = \frac{\sum_{j=1}^7 [F_j \cdot t_j(\tau_{j+1})] - F_i \cdot t_i(\tau_{j+1})}{\sum_{j=1}^7 F_j - F_i}, \quad (9)$$

то уравнение (1), кроме неизвестной температуры воздуха в текущий момент времени, будет содержать еще семь неизвестных температур внутренних поверхностей помещения $t_i(\delta_i, \tau_{j+1})$, $i=1-7$. Поэтому дальнейшие преобразования уравнения (1) проведем следующим образом. Введем обозначение коэффициента

$$H(\tau_{j+1}) = \frac{1}{1 - \Delta\tau \left[C_1(\tau_{j+1}) + \Gamma_1(\tau_{j+1}) - \frac{q_{вент} + q_{инф}}{ср\nu} \right]},$$

а в его левой части оставим неизвестную температуру внутреннего воздуха и члены с неизвестными температурами внутренних поверхностей в текущий момент времени τ_{j+1} , остальные известные члены перенесем в правую часть. После преобразований получим

$$t_{cp} - H \cdot \Delta\tau \left[\sum_{i=1}^7 L_{1,i} \sum_{j=1}^7 \frac{F_j t_j - F_1 t_i}{E_i} \right] = M_8.$$

Так как все температуры ищем в момент времени τ_{j+1} , то аргумент τ_{j+1} опускаем.

$$\text{Введем обозначение } p_i(\tau_{j+1}) = \frac{H(\tau_{j+1}) \cdot \Delta\tau \cdot L_{1,i}(\tau_{j+1})}{E_i},$$

$i = 1, 2, \dots, 7$.

Тогда получим

$$\begin{aligned} & t_{cp} - p_1(0 + F_2 t_2 + F_3 t_3 + F_4 t_4 + F_5 t_5 + F_6 t_6 + F_7 t_7) - \\ & - p_2(F_1 t_1 + 0 + F_3 t_3 + F_4 t_4 + F_5 t_5 + F_6 t_6 + F_7 t_7) - \\ & - p_3(F_1 t_1 + F_2 t_2 + 0 + F_4 t_4 + F_5 t_5 + F_6 t_6 + F_7 t_7) - \\ & - p_4(F_1 t_1 + F_2 t_2 + F_3 t_3 + 0 + F_5 t_5 + F_6 t_6 + F_7 t_7) - \\ & - p_5(F_1 t_1 + F_2 t_2 + F_3 t_3 + F_4 t_4 + 0 + F_6 t_6 + F_7 t_7) - \\ & - p_6(F_1 t_1 + F_2 t_2 + F_3 t_3 + F_4 t_4 + F_5 t_5 + 0 + F_7 t_7) - \\ & - p_7(F_1 t_1 + F_2 t_2 + F_3 t_3 + F_4 t_4 + F_5 t_5 + F_6 t_6 + 0) = M_8. \end{aligned}$$

Сведем подобные члены и введем обозначение

$$T_i(\tau_{j+1}) = \left[\sum_{j=1}^7 p_j(\tau_{j+1}) \right] - p_i(\tau_{j+1}).$$

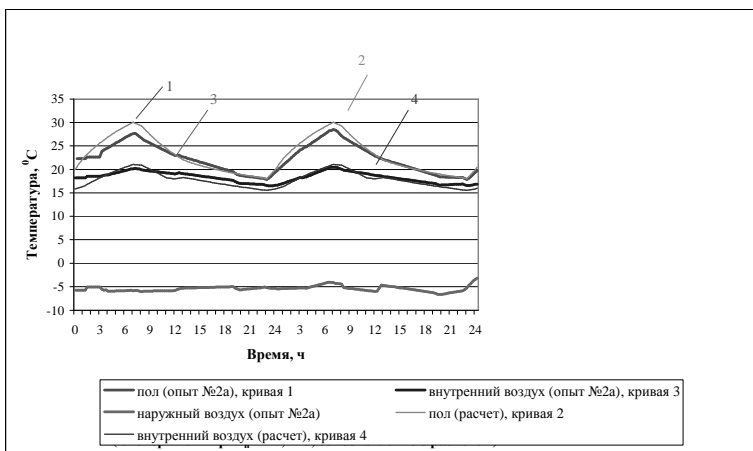
В результате для неизвестных семи температур внутренних поверхностей и восьмой температуры внутреннего воздуха, получим уравнение

$$\begin{aligned} & -T_1 F_1 t_1 - T_2 F_2 t_2 - T_3 F_3 t_3 - T_4 F_4 t_4 - T_5 F_5 t_5 - \\ & - T_6 F_6 t_6 - T_7 F_7 t_7 + 1 \cdot t_{cp} = M_8. \end{aligned} \quad (10)$$

Анализ решения

Таким образом, интегро-дифференциальное уравнение внутреннего воздуха (1), включающее еще неизвестные семь температур внутренних поверхностей помещения, стоящих под знаками интегралов, сведено к одному алгебраическому уравнению (10). Оно вошло восьмым вслед за семью уравнениями внутренних поверхностей в систему

алгебраических уравнений. После проведения расчетов значения температур внутреннего воздуха сопоставляли с экспериментальными данными, полученными при теплотехнических испытаниях модели помещения с ЭКСО-ТА в климатическом комплексе КиевЗНИИЭП [4]. На рисунке приведены графики расчетных и экспериментальных температур поверхности пола – кривые 1,2 и внутреннего воздуха – кривые 3,4. Сравнение расчетных и экспериментальных кривых температур внутреннего воздуха показывает их хорошее совпадение – расхождение не превышает 6,1%, что подтверждает достоверность разработки численного метода решения уравнения теплового баланса внутреннего воздуха помещения с ЭКСО-ТА греющим полом.



Температуры пола и воздуха
(эксперимент при $t_n = -54^{\circ}\text{C}$, сопоставление с расчетом)

1. Расчетно-аналитические и экспериментальные исследования теплофизических характеристик модели помещения типового жилого здания, оборудованного «теплым полом». Отчет о НИР №35н/2000 (заключительный) / КиевЗНИИЭП. №ГР 0101U007318. – К., 2002. – 271 с.

2. Черных Л.Ф. Метод расчета нестационарной теплопередачи через наружные ограждающие конструкции с учетом зависимости их теплофизических характеристик от температуры: Дис. ... канд. техн. наук. – М., 1984. – 134 с.

3. Богословский В.Н. Строительная теплофизика. – М.: Высш. шк., 1982. – 415 с.

4. Шевельов В.Б., Розинський Д.Й., Черних Л.Ф., Польовий П.П. Експериментальні дослідження натурної моделі житлового приміщення, обладнаного ЕКСО // Будівництво України. – 2002. – №3. – С. 16-20.

Получено 03.10.2003